



Institución Educativa

**La Milagrosa**

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes  
emprendedores y competentes

## Taller de Refuerzo de Matemáticas del Primer Periodo para Grado Decimo

### Punto 1: Resolución y Análisis de Ecuaciones Lineales

Resuelve las siguientes ecuaciones para la variable indicada. Si la ecuación no tiene solución, o tiene infinitas soluciones, justifícalo matemáticamente.

#### Nivel 1: Calentamiento y estructura básica

a)  $x + 7 = 15$

b)  $3m - 4 = 11$

c)  $12 = 5 - y$  (Obliga a manejar el coeficiente negativo o despejar hacia la derecha).

d)  $\frac{p}{4} + 3 = 8$

e)  $5 - 2k = 17$

#### Nivel 2: Transposición, agrupación y distribución simple

f)  $4x - 5 = 2x + 9$

g)  $7 - 3w = w + 15$

h)  $5(2a - 1) = 3(a + 4)$

i)  $2(t - 3) + 4 = 3(t - 1) - t$  (Atención aquí: llegamos a una falsedad matemática, no hay solución).

j)  $x + (x + 1) + (x + 2) = 24$  (Introducción sutil a la modelación de números consecutivos).

#### Nivel 3: Fraccionarios y decimales (Rompiendo el miedo a los racionales)

k)  $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$

l)  $\frac{y-2}{3} = \frac{y+1}{4}$

m)  $\frac{2x}{5} - 1 = \frac{x}{3} + 2$

n)  $0.5m + 1.2 = 0.2m - 0.9$

o)  $\frac{x}{0.2} = 15$  (Un divisor decimal suele confundir si mecanizan demasiado).



Institución Educativa

**La Milagrosa**

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes  
emprendedores y competentes

#### Nivel 4: Signos de agrupación anidados y proporciones complejas

p)  $x - [2x - (3x - 1)] = 5 - (x + 2)$

q)  $\frac{3(v-2)}{4} - \frac{v+1}{2} = 1$

r)  $1000x - 5000 = 2000(x - 3)$  (Ideal para que descubran que pueden simplificar dividiendo entre 1000 antes de operar).

s)  $4(x - 1) - 2(x + 3) = 2(x - 10)$  (Llegamos a una identidad:  $2x - 10 = 2x - 10$ , infinitas soluciones).

t)  $\frac{5}{x} = \frac{2}{x-3}$  (Variable en el denominador, puente hacia ecuaciones racionales).

#### Nivel 5: Abstracción, ecuaciones literales y análisis profundo

u)  $ax + b = c$  (Despeja la variable  $x$ ).

v)  $S = \pi r L + \pi r^2$  (Despeja la variable  $L$ , excelente para conectar con geometría).

w)  $\sqrt{2}x - 3 = 5$  (Coeficiente irracional, respuesta en formato radical).

x)  $\frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} + \frac{x-3}{4} = 0$

y)  $3^2 \cdot x - (-2)^3 = 5x + \sqrt{16}$  (Integra jerarquía de operaciones dentro de la ecuación).

z) ¿Qué valor exacto debe tener  $k$  para que la ecuación  $3x + k = 5x - 2$  tenga como solución  $x = 4$ ? (Ingeniería inversa pura).

### Punto 2: Modelación y Resolución de Situaciones Problema

Lee atentamente cada situación, identifica la variable, plantea la ecuación lineal correspondiente y resuélvela para dar respuesta a la pregunta.

#### Nivel 1: Traducción directa y aritmética básica

a) El triple de un número aumentado en 15 es igual a 48. ¿Cuál es ese número?

b) La suma de tres números enteros consecutivos es 72. Halla los tres números.

c) Si al doble de la edad de Santiago le restas 8 años, obtienes la edad de su hermano mayor, que tiene 20 años. ¿Qué edad tiene Santiago?



**Institución Educativa**

**La Milagrosa**

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes  
emprendedores y competentes

### **Nivel 2: Contextos de compra y geometría elemental**

d) Un estudiante compra 5 cuadernos de la misma marca y un juego de reglas que cuesta \$12.000. Si en total pagó \$47.000, ¿cuál es el precio de cada cuaderno?

e) El perímetro de un rectángulo es de 60 cm. Si la base mide el doble de la altura, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?

f) Una empresa de mensajería cobra una tarifa fija de \$5.000 por envío más \$1.500 por cada kilogramo de peso. Si un cliente pagó \$15.500, ¿cuántos kilos pesaba su paquete?

### **Nivel 3: Comparación de escenarios y tasas de cambio**

g) Un tanque de agua tiene 500 litros y se vacía a razón de 25 litros por hora. ¿En cuántas horas quedarán exactamente 125 litros en el tanque?

h) Dos amigos, Juan y Luis, deciden ahorrar. Juan empieza con \$50.000 y ahorra \$5.000 por semana. Luis empieza con \$20.000 pero ahorra \$8.000 por semana. ¿En cuántas semanas tendrán exactamente la misma cantidad de dinero?

i) Para organizar el "Día Pi" en la institución, se cuenta con un presupuesto fijo. Si se compran 40 refrigerios sobran \$10.000, pero si se quisieran comprar 45 refrigerios faltarían \$15.000. ¿Cuál es el costo de cada refrigerio?

### **Nivel 4: Desafíos lógicos y abstracción avanzada**

j) En un examen de 30 preguntas, cada respuesta correcta suma 4 puntos y cada respuesta incorrecta resta 1 punto. Si un estudiante respondió todas las preguntas y obtuvo 95 puntos, ¿cuántas preguntas respondió correctamente?

k) Un padre tiene 42 años y su hijo 12. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será el doble de la edad del hijo?

l) Se requiere diseñar una escala de notas donde la nota final  $N$  depende de un puntaje  $P$  obtenido en un simulacro. La relación es  $N = k \cdot P + 1.0$ . Si un estudiante que obtuvo 80 puntos sacó una nota de 4.2, ¿cuál es el valor de la constante  $k$  y qué nota sacaría un estudiante con 100 puntos?



Institución Educativa

**La Milagrosa**

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes  
emprendedores y competentes

### Punto 3: Fundamentos de Potenciación y Radicación (Preparación para Pitágoras)

**Nivel 1: Dominio de Cuadrados y Raíces (0 al 16)** *Calcula el valor de las siguientes potencias y raíces. El objetivo es que logres identificarlas con rapidez sin necesidad de hacer multiplicaciones largas.*

#### Bloque de Potencias:

a)  $0^2$  | b)  $1^2$  | c)  $2^2$  | d)  $3^2$  | e)  $4^2$  | f)  $5^2$  | g)  $6^2$  | h)  $7^2$

i)  $8^2$  | j)  $9^2$  | k)  $10^2$  | l)  $11^2$  | m)  $12^2$  | n)  $13^2$  | o)  $14^2$  | p)  $15^2$  | q)  $16^2$

#### Bloque de Raíces Cuadradas:

r)  $\sqrt{0}$  | s)  $\sqrt{1}$  | t)  $\sqrt{4}$  | u)  $\sqrt{9}$  | v)  $\sqrt{16}$  | w)  $\sqrt{25}$  | x)  $\sqrt{36}$  | y)  $\sqrt{49}$

z)  $\sqrt{64}$  | aa)  $\sqrt{81}$  | ab)  $\sqrt{100}$  | ac)  $\sqrt{121}$  | ad)  $\sqrt{144}$  | ae)  $\sqrt{169}$  | af)  $\sqrt{196}$  | ag)  $\sqrt{225}$  | ah)  $\sqrt{256}$

*(Nota para el estudiante: Nota que los resultados de las potencias son los números dentro de las raíces. ¡Son operaciones inversas!)*

#### Nivel 2: Propiedades y Signos

ai)  $(-13)^2$

aj)  $-10^2$

ak)  $\left(\frac{5}{2}\right)^2$

al)  $\sqrt{\frac{64}{169}}$

#### Nivel 3: Aplicación Pre-Pitágoras (Suma de áreas)

am)  $9^2 + 12^2$

an)  $8^2 + 15^2$

ao)  $\sqrt{6^2 + 8^2}$

ap)  $\sqrt{13^2 - 12^2}$



Institución Educativa

**La Milagrosa**

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes  
emprendedores y competentes

#### **Punto 4: Análisis Integral de Triángulos Rectángulos (Teorema de Pitágoras y Trigonometría)**

Para cada uno de los triángulos rectángulos listados a continuación (de la **a** a la **i**), debes realizar un análisis geométrico y trigonométrico completo siguiendo estrictamente estos cinco pasos:

1. **Construcción y ubicación:** Dibuja el triángulo a escala utilizando regla. Identifica y marca claramente con un cuadrado el ángulo recto ( $90^\circ$ ).
2. **Clasificación de lados:** Etiqueta los lados conocidos indicando cuáles son los catetos y ubica la hipotenusa (el lado opuesto al ángulo recto).
3. **Cálculo del lado faltante:** Aplica el Teorema de Pitágoras ( $h^2 = a^2 + b^2$ ) demostrando el paso a paso matemático para hallar la longitud exacta del lado que falta.
4. **Cálculo del primer ángulo agudo:** Utiliza la Ley del Seno, la Ley del Coseno o las razones trigonométricas fundamentales (Seno, Coseno o Tangente) para calcular la medida de uno de los ángulos internos desconocidos. Muestra el despeje.
5. **Teorema Fundamental de los Triángulos:** Sabiendo que la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo es siempre  $180^\circ$ , calcula el valor del tercer y último ángulo.

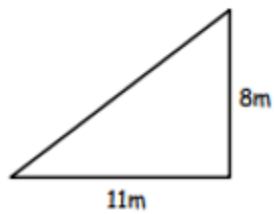
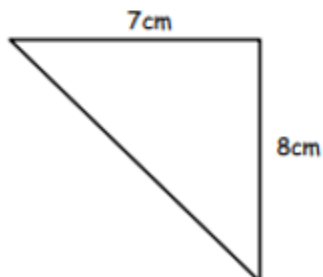
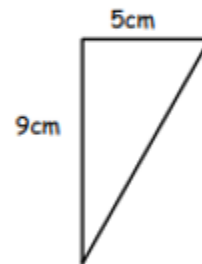
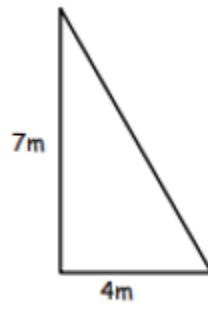
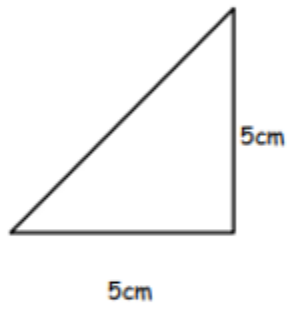
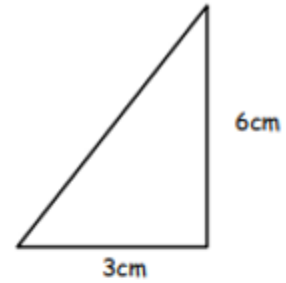
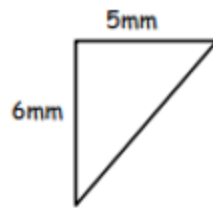
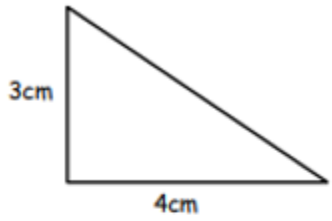


Institución Educativa

**La Milagrosa**

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes  
emprendedores y competentes





Institución Educativa

**La Milagrosa**

Medellín

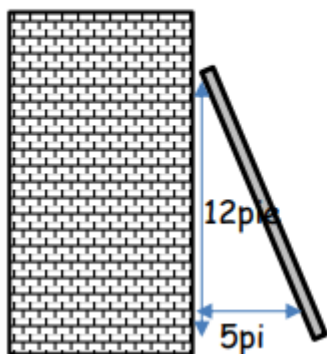
Humanismo y tecnología para formar jóvenes  
emprendedores y competentes

### Punto 5: Modelación y Aplicación del Teorema de Pitágoras

Lee atentamente cada una de las siguientes situaciones. Para que tu respuesta sea válida y demuestre un análisis completo, debes desarrollar cada problema siguiendo estrictamente estos cuatro pasos:

1. **Esquema visual:** Dibuja un boceto o esquema que represente la situación del problema. Ubica dónde se forma el triángulo rectángulo y marca claramente el ángulo de  $90^\circ$ .
2. **Identificación de variables:** Sobre tu dibujo, ubica los valores numéricos que te da el problema. Escribe claramente cuáles datos corresponden a los catetos y cuál a la hipotenusa. Asigna una letra (variable) al lado que debes averiguar.
3. **Desarrollo matemático:** Escribe la ecuación original del Teorema de Pitágoras ( $h^2 = a^2 + b^2$ ) y reemplaza los valores. Muestra el paso a paso de tu despeje hasta llegar al resultado numérico.
4. **Respuesta contextualizada:** No entregues solo un número al final. Escribe una oración completa que responda directamente a la pregunta que te hace el problema, incluyendo las unidades de medida correctas (metros, kilómetros, etc.).

- 1) Se coloca una escalera a 5 pies de distancia de una casa. La escalera llega hasta 12 pies del costado de la casa. ¿Cuánto mide la escalera?





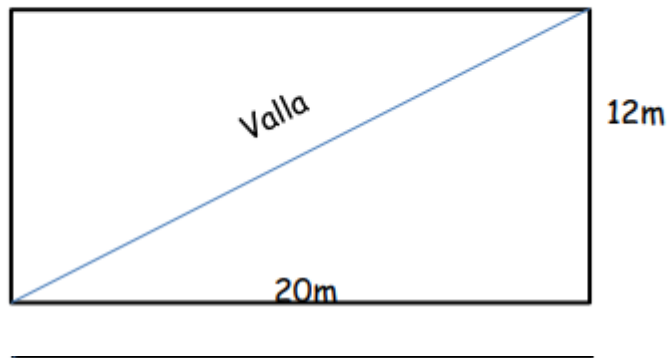
Institución Educativa

**La Milagrosa**

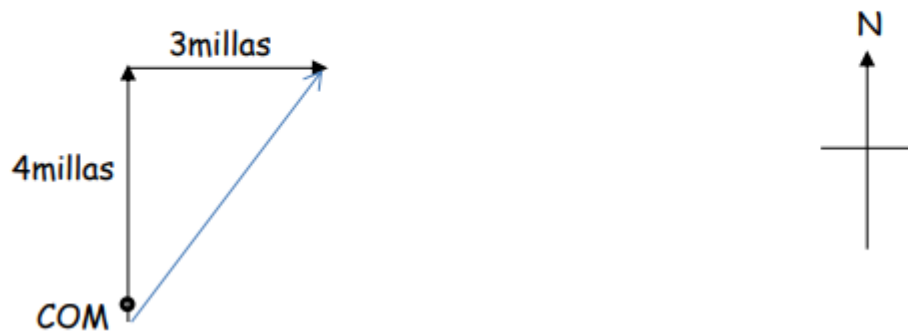
Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes  
emprendedores y competentes

- 2) Tyger tiene un jardín rectangular que mide 12m por 20m. Quiere dividirlo en diagonal de esquina a esquina usando una cerca. ¿Qué tan larga debe ser su cerca? Da tu respuesta a 1 pd.



- 3) Sally camina 4 millas hacia el norte y luego 3 millas hacia el este. ¿Qué tan lejos ha caminado en línea recta desde su punto de partida?





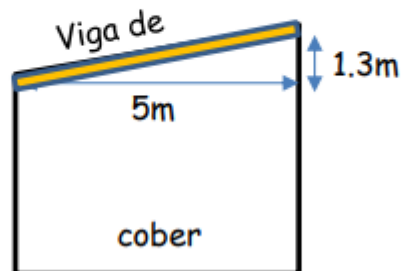
Institución Educativa

**La Milagrosa**

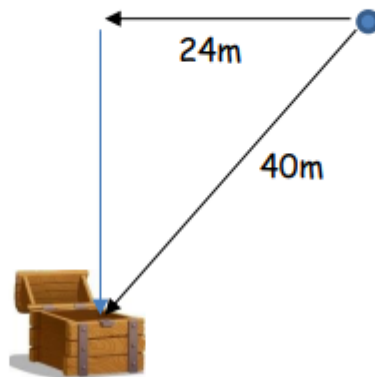
Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes  
emprendedores y competentes

- 1) Un cobertizo con un techo necesita tener algunas vigas de techo nuevas. El ancho del cobertizo es 5m y la altura del techo es 1.3m. Calcula la longitud de las vigas del techo necesarias para 1pd.



- 2) El Capitán está en una búsqueda de geo-caché. Su GPS le dice que está 40m lejos del tesoro. Camina 24m hacia el oeste. La brújula GPS ahora le dice que el tesoro está al sur de donde él está parado. ¿Qué tan lejos al sur necesita ir para encontrarlo?





Institución Educativa

**La Milagrosa**

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes  
emprendedores y competentes

- 3) Es necesario sustituir una Línea de ancla para torre. La torre mide 96 pies de altura. La Línea de ancla tiene 105 pies de largo. ¿A qué distancia de la torre se puede colocar, a 1pd?

